数理解析研究所講究録
909巻 1995年 113-123

$SU(2,1)$上の実新谷関数

東大数理科学 都築 正男 (Masao Tsuzuki)

§0 序

Gを連結半単純リー群で、中心が有限なもの、Kをその極大コンパクト部分群とする。Gの閉部分群Rと、そのHilbert表現ηに対して、C^∞-写像 $F: G \longrightarrow \mathcal{H}_\eta^\infty$ であり、$\forall r \in R$ $\forall g \in G$ について $F(rg) = \eta(r)F(g)$ をみたすもの全体の空間を $C_\eta^\infty(R\backslash G)$ とおく。$C_\eta^\infty(R\backslash G)$ にはGが右移動により作用し、その微分によって、リー環$\mathfrak{g} = Lie(G)$の自然な作用も存在する。さて、Gの既約$(\mathfrak{g}, K)$-加群πに対して、intertwining operator の空間 $I_{\eta,\pi} := Hom_{(\mathfrak{g},K)}(\pi^*, C_\eta^\infty(R\backslash G))$ を問題にしよう。(但し、π^*はπの反傾表現。)

πがGの離散系列表現に付随する$(\mathfrak{g}, K)$-加群の場合、山下氏により$I_{\eta,\pi}$のSchmidt作用素を用いた特徴づけが得られている。([Y]) ここでは、$G = SU(2,1)$, RがGの対合 $\sigma(g) = I_{1,2}^{-1} g I_{1,2}$ $\left(I_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}\right)$ の固定点全体のなす閉部分群($\cong U(1,1)$)の場合に、Gの離散系列表現πに対して、空間$I_{\eta,\pi}$を山下氏の方法によって調べ、同時に、$I_{\eta,\pi}$に属する intertwining operator の行列要素の

明示公式を与える。数論的な観点からみると、I_η π に属する intertwining operator の行列要素は、村瀬－菅野両氏の保型 L－関数の積分表示の理論に現われる"新谷関数"の実素点における類似物と見做され、その適当な積分変換は、ある種の保型 L－関数の Γ－因子を与えると期待される。

§1. 記号

$$G = SU(2,1) = \left\{ g \in SL_3(\mathbb{C}) \;\middle|\; {}^t\bar{g}\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&-1\end{pmatrix} g = \begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&-1\end{pmatrix} \right\}$$

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k' \end{pmatrix} \in G \;\middle|\; k \in U(2),\ k' \in U(1) \right\} \cong U(2)$$

とおく。K は G の極大コンパクト部分群となる。

$$\mathfrak{p} := \left\{ \begin{pmatrix} 0 & u \\ {}^t\bar{u} & 0 \end{pmatrix} \;\middle|\; u \in M_{2,1}(\mathbb{C}) \right\} \ (\subset \mathfrak{g})$$

とおくと、Cartan 分解 $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$ を得る。

$\mathfrak{a} := \mathbb{R}H_1$（但し $H_1 = \begin{pmatrix} 0&0&1\\0&0&0\\1&0&0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{p}$）は、$\mathfrak{p}$ の極大可換部分空間を与える。$A = \exp(\mathfrak{a})$ とおく。

$a_r := \exp((\log r) H_1)$ $(r>0)$ とおく。

$\sigma : G \longrightarrow G$ を §0 で述べた G の対合的自己同型として、$H = \{ g \in G \mid \sigma(g) = g \}$ とおくと、

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} h' & 0 \\ 0 & h \end{pmatrix} \in G \;\middle|\; h' \in U(1),\ h \in U(1,1) \right\} \cong U(1,1)$$

となる。（$H\backslash G$ はアファイン対称空間の簡単な例である。）

(1-2) Hの部分群.

以下、$H \ni \begin{pmatrix} h' & 0 \\ 0 & h \end{pmatrix} \longmapsto h \in U(1,1)$によって、$H$と$U(1,1)$を同一視する。$H$の部分群$K'$, A', M', N'を次のように定める。 $K' := K \cap H$ (Hの極大コンパクト部分群).

$$A' := \left\{ a'_r = \begin{pmatrix} \frac{r+r^{-1}}{2} & \frac{r-r^{-1}}{2} \\ \frac{r-r^{-1}}{2} & \frac{r+r^{-1}}{2} \end{pmatrix} \;\middle|\; r > 0 \right\}$$

$$M' := \left\{ m'_\theta := \begin{pmatrix} e^{i\theta} & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{pmatrix} \;\middle|\; \theta \in \mathbb{R} \right\}$$

$$N' := \left\{ \begin{pmatrix} 1+xi & -ix \\ ix & 1-ix \end{pmatrix} \;\middle|\; x \in \mathbb{R} \right\}$$
$$(i = \sqrt{-1})$$

§2. 表現のparametrization.

(2-1). ルート分解

TをGの対角行列全体のなす部分群とすると、Tは、Kに含まれるGのカルタン部分群となる。Tのユニタリー指標群$\hat{T}$は、単位元での微分を対応させることにより、$\sqrt{-1}\mathfrak{t}^*$のあるlattice L_Tと同一視される。$\lambda = (l_1, l_2) \in \mathbb{Z}^{\oplus 2}$について、$\chi_\lambda \begin{pmatrix} t_1 & & \\ & t_2 & \\ & & t_3 \end{pmatrix} = t_1^{l_1} t_2^{l_2}$として、$\chi_\lambda \in \hat{T} \cong L_T$を定めると、$\mathbb{Z}^{\oplus 2} \cong L_T$。 α_{ij} $(1 \leq i, j \leq 3,\ i \neq j) \in L_T$を

$\alpha_{ij} \begin{pmatrix} t_1 & & \\ & t_2 & \\ & & t_3 \end{pmatrix} = t_i t_j^{-1}$により定めると、

$$\Sigma := \Sigma(\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}, \mathfrak{t}_{\mathbb{C}}) = \{ \alpha_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq 3,\ i \neq j \}$$

$$\begin{cases} \Sigma_c := \{ \Sigma \text{の compact roots} \} = \{ \pm\alpha_{12} \} \\ \Sigma_n := \{ \Sigma \text{の non compact roots} \} = \{ \pm\alpha_{13}, \pm\alpha_{23} \} \end{cases}$$

$$X_{\alpha_{ij}} := \begin{cases} E_{ij} & ((i,j) \neq (2,1)) \\ -E_{ij} & ((i,j) = (2,1)) \end{cases} \quad (\in \mathfrak{sl}_3(\mathbb{C}))$$ とおくと、$X_{\alpha_{ij}}$ は root α_{ij} に属する root vector を与え、

$$\begin{cases} \mathfrak{g}_{\mathbb{C}} = \mathfrak{t}_{\mathbb{C}} \oplus \left(\sum_{i \neq j} \mathbb{C} X_{\alpha_{ij}}\right) \\ \mathfrak{k}_{\mathbb{C}} = \mathfrak{t}_{\mathbb{C}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{21}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{12}} \\ \mathfrak{h}_{\mathbb{C}} = \mathfrak{t}_{\mathbb{C}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{23}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{32}} \end{cases}$$

$$\mathfrak{t}_{\mathbb{C}} = \mathbb{C} H'_{12} \oplus \mathbb{C} H'_{13} \quad (\text{但し、} H'_{ij} = E_{ii} - E_{jj})$$

(2-2) $\widehat{K}$ の parametrization

$\Sigma_c^+ := \{\alpha_{12}\}$ (Σ_c の正のルート系) とおくと、T の Σ_c^+-dominant weight 全体の集合 L_T^+ は、

$$L_T^+ = \{\lambda = (l_1, l_2) \in \mathbb{Z}^{\oplus 2} \mid l_1 \geq l_2\}$$ となる。

各 $\lambda \in L_T^+$ に対して、$(\tau_\lambda, V_\lambda)$ を K の既約表現で、highest weight λ をもつものとする。V_λ の $\mathbb{C}$-basis $\{v_i^\lambda\}_{i=0}^{d_\lambda}$ (但し、$d_\lambda = \dim_{\mathbb{C}} V_\lambda = l_1 - l_2$) で、次の性質をもつものを固定する。(定数倍 ($\neq 0$) を除いて $\{v_i\}$ は唯一つ。)

$$\begin{cases} \tau_\lambda(H'_{12}) v_k^\lambda = (2k - d_\lambda) v_k^\lambda \\ \tau_\lambda(H'_{13}) v_k^\lambda = (k + l_2) v_k^\lambda \\ \tau_\lambda(X_{\alpha_{12}}) v_k^\lambda = (k+1) v_{k+1}^\lambda \qquad (0 \leq k \leq d_\lambda) \\ \tau_\lambda(X_{\alpha_{21}}) v_k^\lambda = (k - d_\lambda - 1) v_{k-1}^\lambda \end{cases}$$

(但し、$v_k^\lambda = 0$ $(k = -1, d_\lambda + 1)$ と思う。)

Highest weight 理論より、$\widehat{K} = \{\tau_\lambda \mid \lambda \in L_T^+\}$。

(2-3) Gの離散系列表現

Gの離散系列表現のハリシュ・チャンドラ parametrization を復習しておく。ΞをL_T^+の regular element 全体の集合とする。(i.e. $\Xi=\{\lambda\in L_T^+ \mid \langle\lambda,\alpha\rangle\neq 0\ (\forall\alpha\in\Sigma)\}$)
$\hat{G}_{ds}$をGの離散系列表現の同値類の集合とすると、各$\Lambda\in\Xi$について、"Λをハリシュチャンドラ parameter" にもつ$\omega_\Lambda\in\hat{G}_{ds}$が決まり、$\Lambda\longrightarrow\omega_\Lambda$によって、bijection $\Xi\cong\hat{G}_{ds}$が得られる。Ξは、

$$\Xi_{I}=\{(l_1,l_2)\in\mathbb{Z}^{\oplus 2}\mid l_1>l_2>0\}$$
$$\Xi_{II}=\{(l_1,l_2)\in\mathbb{Z}^{\oplus 2}\mid l_1>0>l_2\}$$
$$\Xi_{III}=\{(l_1,l_2)\in\mathbb{Z}^{\oplus 2}\mid 0>l_1>l_2\}$$

の disjoint union となる。$\Lambda\in\Xi_{I}$ (resp. Ξ_{III}) の時、対応するω_Λは正則 (resp. 反正則) である。
$\Lambda\in\Xi_{II}$の時、対応するω_Λは、Vogan の意味で large な表現である。各$\Lambda\in\Xi$について、ユニタリー表現$(\pi_\Lambda, H_\Lambda)\in\omega_\Lambda$を固定する。

(2-4) Hの表現

まず、Hの主系列表現を定義しよう。

$n\in\mathbb{Z}$, $\nu\in\mathbb{C}$に対して、$V_{n,\nu}$を、H上の$\mathbb{C}$-値可測関数$\varphi: H\longrightarrow\mathbb{C}$で、$\varphi|_{K'}\in L^2(K')$かつ、

$$\varphi(a'_r m'_\theta n' h)=r^{\nu+1}e^{in\theta}\varphi(h)$$

$(\forall a' \in A', \forall m'_0 \in M', \forall n' \in N')$ を満たすもの全体の空間とする。$\varphi_1, \varphi_2 \in V_{n,\nu}$ に対して

$$\langle \varphi_1, \varphi_2 \rangle = \int_{K'} \varphi_1(k') \overline{\varphi_2(k')}\, dk'$$

(dk': normalized Haar 測度) として内積を決めると、$V_{n,\nu}$ は Hilbert 空間となり、H は $V_{n,\nu}$ に右移動で作用し、H の Hilbert 表現 $(\pi_{n,\nu}, V_{n,\nu})$ を得る。$\varepsilon \in \{0,1\}$ について $\mathbb{Z}_\varepsilon = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \equiv \varepsilon\ (2)\}$ とおくと、$\pi_{n,\nu}$ は $(n,\nu) \in \mathbb{Z}_\varepsilon \times (\mathbb{C} - \mathbb{Z}_{\varepsilon'})$ については既約。(但し $\{\varepsilon, \varepsilon'\} = \{0,1\}$)

◎ $\pi_{n,\nu}$ の infinitesimal structure

$(n,\nu) \in \mathbb{Z}_\varepsilon \times \mathbb{C}$ について、$\pi_{n,\nu}$ に付随する $(\mathfrak{g}, K')$-加群の構造を適当な basis $\{v_m\}$ を用いて記述する。

各 $m \in \mathbb{Z}_\varepsilon$ に対し、$v_m\begin{pmatrix} e^{i\theta} & \\ & e^{-i\theta}\end{pmatrix} = e^{im\theta}$ $(\theta \in \mathbb{R})$ をみたす C^∞-ft $v_m \in V_{n,\nu}$ が唯一つ存在する。

〈補題〉 $(\pi^0_{n,\nu}, V^0_{n,\nu})$ を $\pi_{n,\nu}$ に付随する $(\mathfrak{g}, K')$-加群とすると、$V^0_{n,\nu} = \bigoplus_{m \in \mathbb{Z}_\varepsilon} \mathbb{C} v_m$ であり

$$\left\{\begin{aligned}
\pi^0_{n,\nu}(H'_{12}) v_m &= -\frac{m+n}{2} v_m \\
\pi^0_{n,\nu}(H'_{13}) v_m &= -\frac{n-m}{2} v_m \qquad (\forall m \in \mathbb{Z}_\varepsilon) \\
\pi^0_{n,\nu}(X_{\alpha_{23}}) v_m &= \frac{\nu - m + 1}{2} v_{m-2} \\
\pi^0_{n,\nu}(X_{\alpha_{32}}) v_m &= \frac{\nu + m + 1}{2} v_{m+2}
\end{aligned}\right.$$

次に、Hの離散系列表現全体を、(主系列 $\eta_{n,\nu}$ の分解を用いて) parametrize する。

〈補題〉 $n, k \in \mathbb{Z}$, $n \equiv k+1 \pmod 2$, $k > 0$ とする。$\mathcal{V}_{n,k}$ の閉部分空間 $\mathcal{D}_{n,\pm k}$ を、

$$\mathcal{D}_{n,k} := \widehat{\bigoplus_{\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \geq k+1}}} \mathbb{C} v_m \ , \quad \mathcal{D}_{n,-k} := \widehat{\bigoplus_{\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \leq -k-1}}} \mathbb{C} v_m$$

とおいて定めると、これらは、Hの作用で不変で、$\sigma_{n,\pm k} := \eta_{n,k} | \mathcal{D}_{n,\pm k}$ とおくと、$\sigma_{n,\pm k}$ はHの離散系列に属する表現を与え $\widehat{H}_{ds} = \left\{ \sigma_{n,k} \,\middle|\, \begin{matrix} n, k \in \mathbb{Z} \\ n \equiv k+1 \ (2), \ k \neq 0 \end{matrix} \right\}$

§3 結果

$\pi = \pi_\Lambda$ ($\Lambda \in \Xi$) を Gの離散系列表現とする。λ を π の Blattner parameter (i.e. π の minimal K-type の Σ_c^+-heighest weight) とし、K-embedding $i_0 : V_\lambda \hookrightarrow H_\Lambda|K$ を固定する。

$$\begin{tikzcd}
I_{\eta,\pi} = \mathrm{Hom}_{\mathfrak{g},K}(\pi^*, C_\eta^\infty(H\backslash G)) \arrow[r, hook, "i_0^*"] \arrow[dr, bend right, "\mathfrak{J}_{\eta,\lambda}"'] & \mathrm{Hom}_K(\tau_\lambda^*, C_\eta^\infty(H\backslash G)) \arrow[d, phantom, "\cong"] \\
& C^\infty_{\eta,\tau_\lambda}(H\backslash G/K)
\end{tikzcd}$$

として、injective linear map $\mathfrak{J}_{\eta,\lambda}$ を決める。

但し、$C^\infty_{\eta,\lambda}(H\backslash G/K)$ は、C^∞-写像 $F : G \to H_\eta^\infty \otimes V_\lambda$

で、$F(hgk) = (\eta^\infty(h)\otimes\tau_\lambda(k))F(g)$ $(\forall h\in H,\ \forall k\in K)$
をみたすもの全体とする。次に、1階の微分作用素、

$$\bar{D}_{\eta,\lambda} : C^\infty_{\eta,\lambda}(H\backslash G/K) \longrightarrow C^\infty_{\eta,\tau_\lambda^-}(H\backslash G/K)$$

（但し、τ_λ^- は、$V_\lambda\otimes_{\mathbb{C}}\mathfrak{p}_{\mathbb{C}}$ の既約成分のうち、Σ_c^+-highest weight が $\lambda-\beta$ $(\beta\in\Sigma_n\cap\Sigma_\Lambda^+)$ という形をもつものの和。$\Sigma_\Lambda^+ = \{\beta\in\Sigma \mid \langle\beta,\Lambda\rangle>0\}$）
を、$\bar{D}_{\eta,\lambda}F(g) := (\sum_{i=1}^{4} R_{X_i}F(g)\otimes X_i$ の τ_λ^- 成分。)
と定める。山下氏により、次の定理が得られている。

〈定理[Y]〉 η が、H の主系列表現又は、離散系列表現とすると、$I_{\eta,\pi} \underset{\partial_{\eta,\lambda}}{\cong} \ker(\bar{D}_{\eta,\lambda})$。

（<u>Note</u> $G=SU(2,1)$ の時、$\forall\Lambda\in\Xi$ について、Blattner parameter λ は"壁から遠い"）

更に、アファイン対称空間 $H\backslash G$ の構造論から

〈補題[R]〉 $M^* = N_K(A)$ とおくと、写像、$H\times A\times K\longrightarrow G$ は、C^∞ 級全射で、各 $g\in G$ について、その"A-成分"は、$\mathrm{Ad}(M^*)$ の作用を除き一意的。

上の定理と、この補題を組合せることで、$I_{\eta,\pi}$ を記述するには、微分方程式 $\bar{D}_{\eta,\lambda}F=0$ の解 F の"動径成分" $F|A$ を決定すればよい。計算結果をまとめると次のようになる。

《定理A》$\eta=\eta_{n,\nu}$ $((n,\nu)\in\mathbb{Z}_\varepsilon\times(\mathbb{C}-\mathbb{Z}_\varepsilon))$ を H の既約な主系列表現とする。$\pi=\pi_\Lambda$ $(\Lambda\in\Xi)$ の Blattner parameter を $\lambda=(l_1,l_2)$ とする。$\mu_{n,\lambda}:=\dfrac{l_1+l_2+n}{3}$ とおく。この時、$\mu_{n,\lambda}\notin\mathbb{Z}$ であれば、$I_\eta\pi=\{0\}$ となる。以下、$\mu_{n,\lambda}\in\mathbb{Z}$ とする。

i) $\Lambda\in\Xi_{\mathrm{I}}\cup\Xi_{\mathrm{III}}$ ならば、$I_\eta\pi=\{0\}$

ii) $\Lambda\in\Xi_{\mathrm{II}}$ ならば、$\dim_{\mathbb{C}}I_\eta\pi=1$ であり、$I_\eta\pi$ の base T で、$\varphi_T:=\iota_{\eta,\lambda}(T)|A$ が次のように与えられるものが唯一つある。

$$\varphi_T(a_r)=\sum_{i=0}^{d_\lambda}c_i(\nu;r)(v_{m_i}\otimes v_i^\lambda)\quad(r>0)$$

但し、$m_i:=-2i+d_\lambda+\mu_{n,\lambda}$

$$c_i(\nu;r)=\left(\prod_{j=i}^{\delta-1}\frac{\nu+m_j-1}{2\beta_j}\right)\left(\frac{r+r^{-1}}{2}\right)^{\alpha_i-2d_\lambda-4}\left(\frac{r-r^{-1}}{2}\right)^{\beta_i}\times F\left(\frac{m_i+1+\nu}{2},\frac{m_i+1-\nu}{2};1+\beta_i;\left(\frac{r-r^{-1}}{r+r^{-1}}\right)^2\right)$$

$(i=0,\ldots,\delta-1)$ ——①

$$c_i(\nu;r)=\left(\prod_{j=\delta+1}^{i}\frac{\nu-m_j-1}{2\beta_j}\right)\left(\frac{r+r^{-1}}{2}\right)^{-\alpha_i}\left(\frac{r-r^{-1}}{2}\right)^{-\beta_i}\times F\left(\frac{-m_i+1-\nu}{2},\frac{-m_i+1+\nu}{2};1-\beta_i;\left(\frac{r-r^{-1}}{r+r^{-1}}\right)^2\right)$$

$(i=\delta+1,\ldots,d_\lambda)$ ——②

$c_\delta(\nu;r)$ は、$\delta=0$ の時は、②で $i=0$ とした式、$\delta\neq0$ の時は、①で $i=\delta$ とした式で与える。

但し、$\delta:=\inf(d_\lambda,\sup(0,\mu_{n,\lambda}-l_2))$

$\beta_i:=-i-l_2+\mu_{n,\lambda}$, $\alpha_i=2i-\mu_{n,\lambda}+2$

$F(a,b;c;z)$ はガウスの超幾何関数である。

《定理B》 $\eta = \eta_{n,k}$ ($n, k \in \mathbb{Z}$, $n \equiv k+1\ (2)$, $k \neq 0$) を H の離散系列の表現とする。$\pi = \pi_\Lambda$ ($\Lambda \in \Xi$) の Blattner parameter を $\lambda = (l_1, l_2)$ とおく。

$\mu_{n,\lambda} := \dfrac{l_1+l_2+n}{3} \notin \mathbb{Z}$ ならば $I_{\eta,\pi} = \{0\}$。

$\mu_{n,\lambda} \in \mathbb{Z}$ の時

i) $\Lambda \in \Xi_{I}$ の場合、$I_{\eta,\pi} \neq \{0\}$ となる条件は

$$\left\{\begin{array}{l} k > 0, \quad \dfrac{3(k+1)+n}{2} \geqq l_1 + l_2 \\ 2l_2 - l_1 \leqq \dfrac{3(k+1)-n}{2} \leqq 2l_1 - l_2 \end{array}\right.$$

であり、この条件のもとでは $\dim_{\mathbb{C}} I_{\eta,\pi} = 1$ で、

$$\partial_{\eta,\lambda}(T)(a_r) = \sum_{i=0}^{p-1}\left(\prod_{j=i+1}^{p-1}\frac{2(j-d_\lambda-1)}{m_p-m_j}\right)\left(\frac{r-r^{-1}}{2}\right)^{\beta_i}\left(\frac{r+r^{-1}}{2}\right)^{-\mu_{n,\lambda}} \times (v_{m_i}\otimes v_i^{\wedge})$$

を満たす基底 T ($\in I_{\eta,\pi}$) が唯一つある。

(但し p は $k-1 = m_p$ により決まる整数で、上の条件の下では $1 \leqq p \leqq d_\lambda$。)

ii) $\Lambda \in \Xi_{II}$ の場合、$I_{\eta,\pi} \neq \{0\}$ となる条件は、

$0 < k < m_\gamma + 1$ 又は $m_\gamma - 1 < k < 0$

である。この条件のもとでは $\dim_{\mathbb{C}} I_{\eta,\pi} = 1$ で、

$$\partial_{\eta,\pi}(T)(a_r) = \sum_{i=0}^{d_\lambda} r_i(k;r)(v_{m_i}\otimes v_i^{\wedge})$$

を満たす基底 T ($\in I_{\eta,\pi}$) が唯一つある。但し

$\gamma = \inf(d_\lambda, \sup(0, \mu_{n,\lambda} - l_2))$

で、$r_i(k;r)$ は定理 A の中で定めた関数。

iii) $\Lambda \in \Xi_{\mathrm{III}}$ の場合. $I_\eta \pi \neq \{0\}$ となる条件は

$$\begin{cases} k < 0, \quad \dfrac{3(k-1)+n}{2} \leqslant l_1 + l_2 \\ 2l_2 - l_1 \leqslant \dfrac{3(k-1)-n}{2} \leqslant 2l_1 - l_2 \end{cases}$$

であり. この条件のもとでは. $\dim_{\mathbb{C}} I_\eta \pi = 1$ で.

$$\partial_{\eta,\lambda}(T)(a_r) = \sum_{i=p+1}^{d_\lambda} \left(\prod_{j=p+1}^{i-1} \frac{2(j+1)}{m_j - m_p} \right) \left(\frac{r - r^{-1}}{2} \right)^{-\beta_i} \left(\frac{r + r^{-1}}{2} \right)^{\mu_{n,\lambda}} \times (v_{m_i} \otimes v_i^\lambda)$$

を満たす基底 $T\ (\in I_\eta \pi)$ が唯一つある。 但し. p は. $-k+1 = m_p$ により決まる整数である。

[文献表]

[R] W. Rossmann : The structure of semisimple symmetric spaces Can. J. Math 31 ('79) (157〜180)

[K-O] H. Koseki T. Oda : Whittaker functions for the large discrete series representations of SU(2,2) and related zeta integral. (保型形式シンポジウム報告書 ('93))

[M-S] A. Murase - T. Sugano : Shintani function and its application to automorphic L-functions for classical groups. (I. The case of orthogonal groups) (Math. Ann. 299 (17〜56) ('94))

[Y] H. Yamashita : Embedding of discrete series into induced representations of semisimple Lie groups I, Japan. J. Math. 16. (31〜95) ('90).